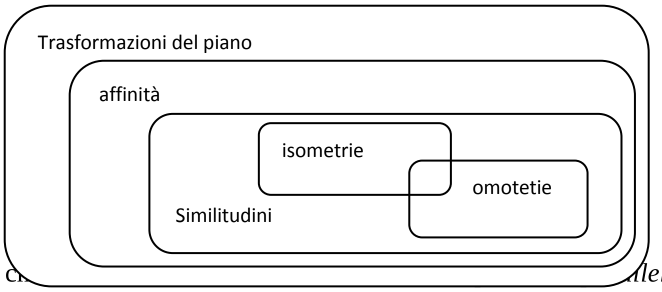
Le trasformazioni del piano

- Chiamasi *trasformazione del piano* una corrispondenza biunivoca (iniettiva e suriettiva) del piano in se.

Possibili invarianti in una Trasformazione

- allineamento punti
- parallelismo
- direzione
- orientamento punti
- lunghezza segmenti
- ampiezza angoli
- rapporto tra segmenti



- Chiamasi ***affinità*** una particolare trasformazione del piano ch … *llelismo* tra due rette: $\begin{cases} x' = ax + by + e \\ y' = cx + dy + f \end{cases}$
- Chiamasi ***similitudine*** una particolare affinità che ha come invariante il *rapporto tra segmenti* e l'*ampiezza degli angoli*: diretta $\begin{cases} x' = mx + ny + c \\ y' = -nx + my + c' \end{cases}$ invertente $\begin{cases} x' = mx + ny + c \\ y' = nx - my + c' \end{cases}$
- Chiamasi ***omotetie*** di centro C e rapporto K quella particolare trasformazione del piano che associa ad ogni punto P il punto P' tale che P, C, P' sono allineati; $\dfrac{\overline{CP'}}{\overline{CP}} = |K|$ e se K>0 P e P' stanno dalla stessa parte rispetto a C, se K<0 stanno da parti opposte.

Ha come invarianti

- quelle delle similitudini
- direzioni
- orientamento dei punti

Di centro O e rapporto k $\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$

Di centro (a,b) e rapporto k $\begin{cases} x' = kx + (1-k)a \\ y' = ky + (1-k)b \end{cases}$

- Chiamasi ***isometria*** una particolare trasformazione del piano che ha come invarianti *le misure dei segmenti* e *le ampiezze degli angoli*. Sono isometrie: Traslazioni, Rotazioni, Simmetrie Centrali, Simmetrie Assiali, l'Identità … o composizioni tra queste.
  - ♪ Chiamasi ***identità*** quella trasformazione del piano che associa ad un punto P qualsiasi se stesso: $P \to P' = P$

    equazioni $\begin{cases} x' = x \\ y' = y \end{cases}$
  - ♪ Chiamasi ***traslazione*** di vettore $\vec{V}$ quella traformazione del piano in se che associa ad un punto P un punto P' tale che il segmento orientato PP' è un rappresentante del vettore $\vec{V}$ (a,b).

    Equazioni $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$
  - ♪ Chiamasi ***simmetria centrale*** di centro C quella particolare trasformazione del piano che associa ad un punto P il punto P' tale che C è punto medio del segmento PP'.

    Simmetrie Rispetto (0,0) $\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$ **Simmetrie Rispetto (a,b)** $\begin{cases} x' = -x + 2a \\ y' = -y + 2b \end{cases}$
  - ♪ Chiamasi **simmetria assiale** di asse a quella particolare trasformazione del piano che associa ad un punto P il punto P' tale che PP' sia perpendicolare alla retta a e la incontri nel suo punto medio:

    Simmetrie **Asse x** $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$ **Asse y** $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$ **Retta y=b** $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y + 2b \end{cases}$ **Retta x=a** $\begin{cases} x' = -x + 2a \\ y' = y \end{cases}$

    retta y=mx+q $\begin{cases} x' = (\cos 2\alpha)x + (\sin 2\alpha)(y-q) \\ y' = (\sin 2\alpha)x - (\cos 2\alpha)(y-q) + q \end{cases}$
  - ♪ Chiamasi rotazione **di centro C e angolo orientato α** quella particolare trasformazione del piano che associa ad un punto P un punto P' tale che $\overline{PC} = \overline{PC'}$ e $P\hat{C}P' = \hat{\alpha}$ equazioni con centro (0,0) e (x_c,y_c)

    Di centro O $\begin{cases} x' = x(\cos\alpha) - y(\sin\alpha) \\ y' = x(\sin\alpha) + y(\cos\alpha) \end{cases}$ di centro (x_c,y_c) $\begin{cases} x' = (x - x_c)(\cos\alpha) - (y - y_c)(\sin\alpha) + x_c \\ y' = (x - x_c)(\sin\alpha) + (y - y_c)(\cos\alpha) + y_c \end{cases}$